

N° XXX.

MÉMOIRE
SUR LA LOI DES MODIFICATIONS

QUE LA RÉFLEXION IMPRIME A LA LUMIÈRE POLARISÉE ^(*),

LU À L'ACADÉMIE DES SCIENCES, LE 7 JANVIER 1823.

[*Mémoires de l'Académie royale des sciences*, t. XI, p. 393. — *Annales de chimie et de physique*,
t. XLVI, p. 225, cahier de mars 1831.]

1. L'hypothèse que j'ai adoptée sur la nature des vibrations lumineuses m'a conduit à deux formules générales de l'intensité de la lumière réfléchie par les corps transparents, pour toutes les inclinaisons des rayons incidents; l'une de ces formules est relative aux rayons polarisés suivant le plan d'incidence, et l'autre à ceux qui l'ont été dans un plan perpendiculaire. On conçoit qu'elles devaient être différentes, puisque la lumière polarisée suivant le plan d'incidence éprouve une réflexion dont l'intensité croît toujours à mesure que l'obliquité des rayons augmente; tandis que, pour la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, il existe, entre les directions perpendi-

^(*) Les éditeurs des *Annales* ont accompagné la publication de ce Mémoire de la note suivante :

« Ce Mémoire, qu'on croyait égaré, vient d'être retrouvé dans les papiers de M. Fourier ^(*); comme il n'est connu que par des extraits tout à fait insuffisants (voyez *Ann.* t. XXIX. p. 175), nous nous empressons d'en enrichir les *Annales*. »

On peut voir, comme introduction à ce Mémoire, les n° XVI, XVII, XXI et XXIX.

^(*) Mort dans les premiers mois de 1830.

N° XXX. culaires et parallèles à la surface, un certain degré d'obliquité, qui rend la réflexion nulle, comme Malus l'a reconnu le premier. Ces formules ont été publiées dans les Annales de chimie et de physique, t. XVII, cahier de juillet 1821. J'ai fait voir comment j'étais arrivé à la première, mais je n'ai pas indiqué le chemin qui m'avait conduit à la seconde. Je vais exposer ici le principe ou la supposition mécanique qu'il faut ajouter à l'hypothèse fondamentale sur la nature des vibrations lumineuses pour arriver à ces deux formules, en considérant toujours, comme je l'ai fait jusqu'à présent, le cas où les deux milieux contigus ont la même élasticité et ne diffèrent que par leur densité.

2. Il faut se rappeler d'abord que cette hypothèse fondamentale consiste en ce que les vibrations lumineuses s'exécutent dans le sens même de la surface de l'onde perpendiculairement au rayon; d'où il résulte qu'un faisceau de lumière polarisée est celui dont les mouvements vibratoires conservent une direction unique et constante, et que son plan de polarisation est le plan perpendiculaire à cette direction constante des petites oscillations des molécules éthérées. Ainsi, quand le faisceau est polarisé suivant le plan d'incidence, les vibrations sont perpendiculaires à ce plan, et par conséquent sont toujours parallèles à la surface réfringente, quelle que soit l'inclinaison des rayons. Il n'en est plus de même pour ceux qui ont été polarisés perpendiculairement au plan d'incidence, parce que leurs vibrations, s'exécutant alors dans ce plan, ne sont parallèles à la surface réfringente que dans le cas de l'incidence perpendiculaire, puis forment avec elle des angles d'autant plus grands que les rayons s'inclinent davantage, et lui deviennent enfin perpendiculaires quand les rayons lui sont parallèles; c'est ce qui rend le problème de la réflexion plus difficile à résoudre dans ce second cas qu'en le premier. Dans celui-ci, les mouvements oscillatoires s'exécutant uniquement suivant les directions parallèles à la surface pour les ondes réfléchies et réfractées, comme pour l'onde incidente, on peut admettre que les amplitudes de ces oscillations, ou que les vitesses absolues des molécules dans un élément quelconque de l'onde réfléchie ou de l'onde réfractée ne changent pas, tandis

qu'elles s'éloignent de la surface ⁽¹⁾; du moins il me semble que ce principe ne serait pas difficile à démontrer rigoureusement. J'adopte aussi la même supposition pour le cas de la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, c'est-à-dire celui où les vibrations s'exécutent dans ce plan; bien entendu qu'il ne s'agit plus alors que des composantes des vitesses absolues parallèles à la surface réfléchissante; ainsi je suppose que ces composantes ont la même intensité lorsque l'ébranlement réfléchi ou réfracté touche encore à la surface, et lorsqu'il s'en est éloigné.

N° XXX.

3. Cela posé, d'après la nature de l'élasticité que je considère, qui est celle qui s'oppose au glissement d'une tranche d'un même milieu sur la tranche suivante, ou au déplacement relatif des tranches en contact de deux milieux différents, les tranches contiguës des deux milieux doivent exécuter parallèlement à la surface qui les sépare des oscillations de même amplitude, sans quoi l'une de ces tranches aurait glissé sur l'autre d'une quantité d'un ordre bien supérieur aux déplacements relatifs des tranches contiguës de chaque milieu considéré séparément, d'où naîtrait une résistance beaucoup plus grande, qui s'opposerait à ce déplacement. Ainsi l'on peut admettre, comme une conséquence évidente de notre hypothèse fondamentale sur la nature de l'élasticité mise en jeu par les vibrations lumineuses, que les vitesses absolues des molécules voisines de la surface réfringente parallèlement à cette surface doivent être égales dans les deux milieux : or ces mouvements dans le premier milieu se composent à la fois de l'ébranlement apporté par l'onde incidente et de celui de l'onde réfléchie, c'est-à-dire que la composante parallèle à la surface réfringente du mouvement imprimé à chaque molécule du premier milieu par l'onde incidente et l'onde réfléchie doit être égale à la composante parallèle de la vitesse absolue des molécules dans le second milieu; ou, en d'autres termes, et supposant la surface réfringente horizontale pour simplifier les ex-

⁽¹⁾ Je suppose ici, bien entendu, que le centre de l'onde incidente est infiniment éloigné, en sorte qu'elle est plane, ainsi que

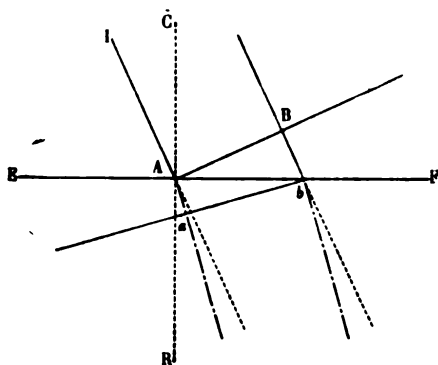
les ondes réfléchie et réfractée, et que leurs intensités ne sont point affaiblies par leur propagation.



N° XXX. pressions, la composante horizontale de la vitesse absolue apportée par l'onde incidente, ajoutée à la composante horizontale de la vitesse absolue imprimée par l'onde réfléchie (prise avec le signe qui lui convient), doit être égale à la composante horizontale de la vitesse absolue des molécules du second milieu dans l'onde transmise. Il est clair que cette égalité doit avoir lieu près de la surface de contact, et la supposition que nous avons énoncée d'abord, et dont nous allons nous servir, consiste seulement à admettre que ces composantes horizontales restent constantes pendant que les éléments successifs des ondes réfléchies et réfractées s'éloignent de la surface, et que par conséquent l'équation dont il s'agit a lieu à toutes distances. Avant de donner les raisons sur lesquelles je fonde cette conservation des composantes horizontales, j'attendrai que je puisse traiter la question plus à fond, et présenter en même temps la solution du problème pour le cas où les deux élasticités sont différentes. Je ne me propose actuellement que de déduire de cette hypothèse subsidiaire et du principe de la conservation des forces vives les formules que j'avais publiées en 1821, et dont nous tirerons les lois qui font l'objet de ce Mémoire.

4. Pour appliquer ici le principe de la conservation des forces vives, il faut pouvoir comparer les masses ébranlées dans les deux milieux, ce qui devient facile au moyen de la loi connue de la réfraction.

Soit EF la surface réfringente, AB l'onde incidente, *ab* la même



onde réfractée; si du point A on abaisse sur *ab* le rayon perpendiculaire Aa, et que par le point *b* on conçoive pareillement un rayon Bb perpendiculaire à l'onde incidente, il est clair que AB et *ab* seront des étendues correspondantes des deux ondes dans les deux milieux, c'est-à-dire que la partie AB de l'onde

incidente occupera dans le second milieu l'étendue *ab*; quant aux es-

paces relatifs qu'elles occupent dans le sens perpendiculaire, suivant la direction des rayons IA et Aa, ce sont précisément les longueurs d'ondulation dans les deux milieux, dont le rapport est celui du sinus de l'angle d'incidence IAC au sinus de l'angle de réfraction RAa. Si donc nous appelons i le premier angle et i' le second, les dimensions relatives des ondes dans le sens des rayons pourront être représentées par $\sin i$ et $\sin i'$; et conséquemment les volumes des deux portions correspondantes que nous considérons dans les ondes incidentes et réfractées seront entre eux comme $AB \sin i$ est à $ab \sin i'$. Mais en prenant Ab pour rayon, AB et ab sont les cosinus respectifs des angles BAb et Aba , ou des angles i et i' , auxquels ceux-ci sont égaux; les deux volumes sont donc entre eux comme $\sin i \cos i$ est à $\sin i' \cos i'$. Il nous reste à les multiplier par les densités pour avoir le rapport des masses. Or, comme les deux milieux sont supposés avoir la même élasticité et différer seulement en densité, les vitesses de propagation dans ces deux milieux sont en raison inverse des racines carrées de leurs densités; ainsi l'on a :

$$\sin i : \sin i' :: \frac{1}{\sqrt{d}} : \frac{1}{\sqrt{d'}},$$

ou

$$d : d' :: \frac{1}{\sin^2 i} : \frac{1}{\sin^2 i'};$$

multipliant ce rapport par celui des volumes, nous aurons pour celui des masses :

$$\frac{\sin i \cos i}{\sin^2 i} : \frac{\sin i' \cos i'}{\sin^2 i'},$$

ou

$$\frac{\cos i}{\sin i} : \frac{\cos i'}{\sin i'}.$$

Si donc on prend $\frac{\cos i'}{\sin i'}$ pour représenter la masse ébranlée dans l'onde réfractée, $\frac{\cos i}{\sin i}$ sera la masse ébranlée dans l'onde incidente, et en même temps la masse de la partie correspondante de l'onde réfléchie, puisque les parties correspondantes des ondes incidentes et réfléchies ont le même volume, et que d'ailleurs elles sont dans le même milieu.

N° XXX.

Cela posé, je prends pour unité le coefficient commun de toutes les vitesses absolues des molécules dans l'onde incidente, et je représente par v celui des vitesses absolues dans l'onde réfléchie et par u celui des mêmes vitesses dans l'onde réfractée : en divisant par la pensée l'onde incidente en une série d'une infinité d'ébranlements successifs, et les ondes réfléchies et réfractées en un même nombre d'éléments pareils, il est évident que le rapport entre les vitesses absolues de deux éléments correspondants de l'onde incidente et de l'onde réfractée, par exemple, sera constant pour toutes les parties de ces deux ondes, puisqu'il doit être indépendant de l'intensité plus ou moins grande des vitesses absolues dans les divers éléments de l'onde incidente. Si donc on prend pour unité l'intensité du mouvement vibratoire dans l'onde incidente, v et u seront les coefficients par lesquels il faut multiplier chacune des vitesses absolues des éléments de l'onde incidente pour avoir les vitesses absolues des éléments correspondants de l'onde réfractée et de l'onde réfléchie, et indiqueront ainsi le degré d'intensité des vitesses absolues dans ces deux ondes. Par conséquent, la masse de l'onde réfractée multipliée par u^2 , plus la masse de l'onde réfléchie multipliée par v^2 , doivent donner une somme égale à la masse de l'onde incidente multipliée par 1, pour que la somme des forces vives reste constante; on a donc :

$$\frac{\cos i}{\sin i} 1 = \frac{\cos i'}{\sin i'} u^2 + \frac{\cos i}{\sin i} v^2,$$

ou

$$\frac{\cos i}{\sin i} (1 - v^2) = \frac{\cos i'}{\sin i'} u^2,$$

ou

$$\sin i' \cos i (1 - v^2) = \sin i \cos i' u^2 \dots (A).$$

Telle est l'équation qui résulte du principe de la conservation des forces vives et qui doit être satisfaite dans tous les cas, soit que le rayon incident ait été polarisé parallèlement ou perpendiculairement au plan d'incidence.

5. Nous avons admis que dans ces deux cas les mouvements parallèles à la surface réfringente devaient être égaux de chaque côté de cette

surface, c'est-à-dire que les vitesses horizontales de l'onde incidente N° XXX. ajoutées aux vitesses horizontales de l'onde réfléchie prises avec leur signe devaient être égales aux vitesses horizontales de l'onde transmise, et cela non-seulement contre la surface, où le principe est évident, mais encore à des distances contenant un grand nombre de fois la longueur d'ondulation. Lorsque l'onde incidente est polarisée suivant le plan d'incidence, c'est-à-dire que ses vibrations s'exécutent perpendiculairement à ce plan, elles sont toujours horizontales ainsi que celles des ondes réfléchie et transmise, et par conséquent les coefficients des vitesses horizontales sont 1, v et u pour les ondes incidente, réfléchie et réfractée, et l'on doit avoir, d'après notre hypothèse subsidiaire,

$$1 + v = u \quad \text{ou} \quad (1 + v)^2 = u^2.$$

Divisant par cette équation celle que nous venons d'obtenir au moyen du principe de la conservation des forces vives, on a :

$$\sin i' \cos i \left(\frac{1-v}{1+v} \right) = \sin i \cos i',$$

ou

$$\sin i' \cos i (1 - v) = \sin i \cos i' (1 + v);$$

d'où l'on tire

$$v = - \frac{\sin i \cos i' - \sin i' \cos i}{\sin i \cos i' + \sin i' \cos i},$$

ou

$$v = - \frac{\sin (i - i')}{\sin (i + i')} \dots \dots (1).$$

6. Dans le second cas, c'est-à-dire celui où la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, les vibrations s'exécutent alors parallèlement à ce plan et toujours perpendiculairement aux rayons incidents, réfléchis et réfractés, les composantes horizontales des vitesses absolues 1, v et u , sont $\cos i$, $v \cos i$ et $u \cos i'$; on doit donc avoir, d'après l'hypothèse subsidiaire,

$$\cos i + v \cos i = u \cos i', \quad \text{ou} \quad (1 + v) \cos i = u \cos i',$$

ou élevant au carré,

$$(1 + v)^2 \cos^2 i = u^2 \cos^2 i'.$$

N° XXX. Divisant l'équation (A), qui résulte du principe de la conservation des forces vives, par cette dernière équation, l'on a :

$$\left(\frac{1-v}{1+v}\right) \frac{1}{\sin i \cos i} = \frac{1}{\sin i' \cos i'},$$

ou

$$(1-v) \sin i' \cos i' = (1+v) \sin i \cos i;$$

d'où l'on tire

$$v = -\frac{\sin i \cos i - \sin i' \cos i'}{\sin i \cos i + \sin i' \cos i'} \dots (2).$$

Telle est l'expression de la vitesse absolue dans l'onde réfléchie, quand le plan de réflexion est perpendiculaire au plan de polarisation de la lumière incidente. On voit que cette expression devient nulle pour une certaine obliquité des rayons, lorsqu'on a $\sin i \cos i = \sin i' \cos i'$, ou $\sin 2i = \sin 2i'$, c'est-à-dire quand $2i = 180^\circ - 2i'$, ou $i = 90^\circ - i'$, c'est-à-dire enfin quand l'angle de réfraction est le complément de l'angle d'incidence, ou, ce qui revient au même, lorsque le rayon réfracté est perpendiculaire au rayon réfléchi, conformément à la loi de Brewster. Il n'en est pas de même pour la formule (1); elle ne pourrait devenir nulle que dans le cas particulier où i' serait égal à i , c'est-à-dire où les ondes lumineuses auraient la même longueur dans les deux milieux en contact. Mais d'ailleurs les deux formules donnent la même vitesse réfléchie pour l'incidence perpendiculaire, et pour l'autre limite $i = 90^\circ$, et, dans le second cas, elles indiquent l'une et l'autre que la totalité de la lumière est réfléchie; ce qu'on trouverait sans doute aussi par l'expérience, si l'on pouvait atteindre à cette limite. Dans le cas de l'incidence perpendiculaire, les deux formules donnent :

$$v = -\frac{\sin i - \sin i'}{\sin i + \sin i'} = -\frac{\frac{\sin i}{\sin i'} - 1}{\frac{\sin i}{\sin i'} + 1}, \text{ ou } v = -\frac{r-1}{r+1},$$

en appelant r le rapport constant du sinus d'incidence au sinus de réfraction. C'est précisément la formule que M. Young a donnée le premier, et à laquelle M. Poisson est arrivé ensuite par une analyse plus savante et plus rigoureuse; mais en ne considérant l'un et l'autre